19) W. P. Halperin, R. A. Buhrman, D. M. Lee and R. C. Richardson, Phys. Lett. 45A(1973)233.

20) W. J. Gully, D. D. Osheroff, D. T. Lawson, R. C. Richardson and D. M. Lee, preprint.

21) V. Ambegaobar and N. D. Mermin, Phys. Rev. Lett. 30(1973)81.

22) T. J. Greytak, R. T. Johnson, D. N. Parlson and J. C. Wheatley, Phys. Phys. Rev. Lett. 31(1973)452

23) D. N. Paulson, R. T. Johnson and J. C. Wheatley, Phys. Rev. Lett. 31(1973)746

液体 He に於けるparamagnon とBCS−State

東大物性研　黒　田　義　浩

液体He^3が，極低温で，BCS−State 様の超流動状態——しかも，それが全く異種の２つの相からなる——になることが，Osheroff 等の先駆者的実験[1] 及び，その後の数多くの実験的，理論的研究によって，ほぼ確められて来た。特に，最近の La Jolla group の一連の仕事[2] によって，相図の定量的な描像も，かなり明確になって来た。一方，それらを統一的に理解するための理論的背景は，未だ，必ずしも完全であるとは云えないが，Anderson−Brinkman[3] によっても指摘されたように，問題解決のための一つの重要な鍵は，spin fluctuation (paramagnon) 効果であろう。ここでは，彼等の仕事に多少の修正を加え，それに関連した重要なコメントを付加したい。

モデルは，文献 3) と全く同じものを用いることにする。すると paramagnon による有効相互作用は，ladder−bubble 近似の範囲内で，一般的に次で与えられる。

$$\Gamma_{\alpha\beta;\delta\gamma}(P_1, P_2; P_2+q, P_1-q) = \sum_{ij=0}^{3} \Gamma_{ij}(q)\,\sigma^{(i)}_{\alpha\gamma}\,\sigma^{(j)}_{\beta\delta},$$

$$\Gamma_{ij}(q)=-\frac{1}{2}\,\mathrm{I}\cdot\delta_{ij}+\mathrm{I}\cdot\chi^{(0)}_{ik}(q)\cdot\Gamma_{kj}(q)\,.$$

ここで，$\sigma^{(1)}$，$\sigma^{(2)}$，$\sigma^{(3)}$ は，夫々，Pauli's spin matrix で，$\sigma^{(0)}\equiv i\,\mathbf{I}$ ($\mathbf{I}$: unit matrix) である。又 $\chi^{(0)}_{ik}(q)$ は，bare spin susceptibility で，次で与えられる。

$$\chi^{(0)}_{ik}(q)\equiv-\frac{1}{2}\cdot\sum_{\mathbf{p}\cdot\mathbf{p}'}\ll a^{+}_{\mathbf{p}+\mathbf{q},\xi}\;\sigma^{(i)}_{\xi\eta}\;a_{\mathbf{p},\eta}\,;\,a^{+}_{\mathbf{p}'+\mathbf{q},\gamma}\;\sigma^{(k)}_{\gamma\delta}\;a_{\mathbf{p}',\delta}\gg^{(0)}_{i\nu_n=0}$$

以下では，triplet-pair state のみを考えることにして，order parameter 及び anomalous Green function に，文献 4) に於けると同じような定義を用いると，Hartree−Gor'kov 近似の範囲内で，次のような self-consistent equation を得る。

$$\Delta_i(\mathbf{P})=\mathrm{T}\sum_{\omega_n}\sum_{\mathbf{q}}\{[\,\mathrm{V}-\Gamma_{00}+\sum_{j=1}^{3}\Gamma_{jj}\,](\mathbf{p}-\mathbf{q})\cdot\mathrm{F}_i(\mathbf{q},\,i\omega_n)+$$

$$-2\cdot\sum_{j=1}^{3}\Gamma_{ij}(\mathbf{p}-\mathbf{q})\cdot\mathrm{F}_j(\mathbf{q},\,i\omega_n)\}\,,\qquad(i=1,2,3)$$

$$\mathrm{F}_i(\mathbf{p},\,i\omega_n)=-\Delta_i(\mathbf{p})\cdot[(1+\lambda)^2\cdot\omega_n^{\,2}+\varepsilon_p^{\,2}+\Delta^2(\mathbf{p})\,]^{-1}\,,$$

ここで，$\Delta(\mathbf{k})\equiv(\sum_{i=1}^{3}|\Delta_i(\mathbf{k})|^2)^{1/2}$，又，$\lambda$ は，paramagnon による self-energy correction からの寄与で，

$$\lambda\equiv-\frac{1}{4}\,\pi^2 v_f\cdot\int_0^{2k_f}dq\cdot q\cdot\langle[-\Gamma_{00}(q)+\sum_{i=1}^{3}\Gamma_{ii}(q)\,]\rangle\,,$$

で表わされる[4]。但し，$\langle f(q)\rangle$ は，$\mathbf{q}$ の方位に関する平均を意味する。更に，Γ_{ij} も，$T_c\ll\kappa_0^2\cdot T_f$，($\kappa_0^2\equiv1-\mathrm{I}\rho_f$) のときは，より具体的に，次で与えられる。

$$\Gamma_{ij}(q)=\Gamma^{(0)}_{ii}(q)\cdot\delta_{ij}+2\cdot\Gamma^{(0)}_{ii}(q)\cdot\delta\chi_{ij}(q)\cdot\Gamma^{(0)}_{jj}(q)\,,\qquad(1)$$

ここで，$\Gamma_{ii}^{(0)}(q) = -I/2 \cdot [1 - I\chi_{ii}^{(0)}(q)]^{-1}$ ，$\chi_{ii}^{(0)}(q)$ は，$i=0$ の時，$-\chi_n^{(0)}(q)$，$i \neq 0$ の時，$\chi_n^{(0)}(q)$ である。但し，$\chi_n^{(0)}(q)$ は，normal state での bare spin susceptibility である。又，$\delta\chi_{ij}$ は，

$$\delta\chi_{ij}(q) = T\sum_{\omega_n}\sum_{p}[F_i^*(p+q, i\omega_n)\cdot F_j(p, i\omega_n) + (i \leftrightarrow j)]$$

$$\approx \frac{\pi^2 \cdot \chi_n^{(0)}(q)}{2(1+\lambda)} \cdot \left< \frac{\Delta_i^*(k)\,\Delta_j(k)}{\Delta(k)\cdot v_f \cdot q} \cdot \tanh\left(\frac{\Delta(k)}{2(1+\lambda)T}\right) \right>_{k \perp q}, \quad (T_c \ll v_f q \ll T_f)$$

で与えられる。但し，$< f(k) >_{k\perp q}$ は，q に垂直な fermi 面上での平均を表わす。ここで，文献3）では，誤った $\delta\chi_{ij}(q)$ の表式を用いていることに注意しよう。

以上の結果を，triplet-p pairing state の場合に当てはめると，$T \lesssim T_c$ 近傍での Free energy は，まともに計算出来て，Paramagnon 効果が，極端に大きい場合（$\kappa_0^2 \ll 1$）を除いて，文献3の結果と，本質的に殆んど変らぬものを得る。即ち，$b_1 \equiv (\pi^4/7\zeta(3))\cdot(1+\lambda)\cdot(T_c/T_f)\cdot(I/U_1)^2\cdot\gamma_1$（但し，$U_1$ は，T_c を定めている有効相互作用[4]，又，γ_1 は，$\gamma(q)$ の 1-th component である。ここで，$\gamma(q) \equiv (p_f/q)(\chi_n^{(0)}(q)/\chi_n^{(0)}(0))[1 - I\chi_n^{(0)}(q)]^{-2}$）を導入すると，$0.15 < b_1$ の時には，$\Delta_1(k) \equiv \Delta_0(k_2 + ik_3)/k$，$\Delta_2 = \Delta_3 = 0$ で表わされる ESP-State が，最も安定になることがわかる。

一方，T=0 °K に於ける ground state energy W_0 は，$-\rho_0 \cdot \Delta^2/8\pi^2$ で与えられる[5]。（ここで，$\Delta \equiv \mathrm{const}\cdot\exp[(1+\lambda)/\rho_f \cdot U_{eff} \quad \delta\Omega]$，但し，$\delta\Omega$ は，上述の ESP-State で，1.201，又，$\Delta_i \cdot (k) \equiv \Delta_0 \cdot (k_i/k)$，$(i=1, 2, 3)$ で表わされる BW-state で，1.263 である。）今，U_{eff} を，(1)式で評価してやると，容易に，W_0 が求まって，その結果，$b_1 < 0.23 \cdot (1+\lambda)$ のとき，BW-state が，最も安定になる。従って，先の結果と合わせると，結局，$0.15 < b_1 < 0.23 \cdot (1+\lambda)$ の時，T_c より低温で，ESP-state から，BW-state への遷移が起きることになる。実際，normal state から ESP-state への遷移が，2次的であること[2]（即ち，

$b_1 < 0.9$), 及び, $\lambda \approx 2$ [4] を考慮すれば, 上の条件が満たされる可能性が充分にありそうである。更に, 全体的な相図の様子も, parmagnon効果, 即ち, b_1 の圧力依存を考慮すれば, 説明出来るのではないかと思っている。

文　　献

1) D. D. Osheroff, W. J. Gully, R. C. Richardson, and D. M. Lee, Phys. Rev. Lett. 29(1972), 920.
2) R. A. Webb, T. J. Greytak, R. T. Johnson, and J. C. Wheatley, Phys. Rev. Lett. 30(1973), 210. T. J. Greytak, R. T. Johnson, D. N. Paulson and J. C. Wheatley, ibid. 31(1973), 452. D. N. Paulson, R. T. Johnson, and J. C. Wheatley, ibid. 31(1973), 746.
3) P. W. Anderson and W. F. Brinkman, Phys. Rev. Lett. 30(1973), 1108.
4) S. Nakajima, Prog. Theor. Phys. 50(1973), No. 4.
5) P. W. Anderson and P. Morel, Phys. Rev. 123(1961), 1911.